C. MORDELET ET P. THÉRON

CLASSE DE 2^{E} C

MATHÉMATIQUES

TOME I

- NOTIONS SUR LES ENSEMBLES
- NOMBRES RÉELS
- VECTEURS

COLLECTION COSSART ET THÉRON

BORDAS

E. COSSART
Ancien élève de l'E. N. S.
Professeur de Math. Spéciales
au Lycée Pasteur

P. THÉRON
Ancien élève de l'E. N. S.
Inspecteur général
de l'Instruction Publique

COLLECTION DE MATHÉMATIQUES

CLASSE DE

2e C

TOME I

Pierre THÉRON
Inspecteur général
de l'Instruction Publique

Camille MORDELET
Agrégé de l'Université
Professeur au Lycée Jacques-Decour

BORDAS

COLLECTION DE

MATHÉMATIQUES

COSSART ET THÉRON

CLASSE DE SIXIÈME (nouvelle édition).

L. Kruger, professeur au Lycée Chaptal.

CLASSE DE CINQUIÈME

M. Couturier, agrégée de l'Université.

CLASSE DE QUATRIÈME

P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
E. Galmard, agrégée de l'Université.

CLASSE DE TROISIÈME

P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
M. Couturier, agrégée de l'Université.
E. Galmard, agrégée de l'Université.

CLASSE DE SECONDE C (2 tomes)

P. Théron, Inspecteur général de l'Instruction Publique.
C. Mordelet, agrégé de l'Université.

CLASSE DE PREMIÈRE C (2 tomes)

M. Couturier, agrégée de l'Université.
C. Mordelet, agrégé de l'Université.

CLASSE DE PREMIÈRE D (2 tomes)

M. Couturier, agrégée de l'Université.
C. Mordelet, agrégé de l'Université.
J.L. Boursin, agrégé de l'Université.

CLASSE TERMINALE C (3 tomes)

C. Pair, agrégé de l'Université.
B. Pouille, agrégé de l'Université.
L. Collot, professeur au Lycée Henri-Poincaré à Nancy.

EN PRÉPARATION : Classes de Première A et B
Classes Terminales B et D

Printed in France

PRÉFACE

Ce manuel comporte quatre parties dont les trois dernières sont, dans une certaine mesure, indépendantes l'une de l'autre.

La première partie est destinée à faire acquérir les connaissances fondamentales.

Les notions que le programme propose de dégager sont essentiellement la notion d'ensemble (identité, inclusion), celle de relation, plus particulièrement de relation d'équivalence d'une part, de fonction ou application d'autre part, celles de loi de composition et de groupe. Les élèves ont assez de connaissances en entrant en classe de Seconde pour que des définitions générales puissent être données dès le premier chapitre.

L'étude de deux ensembles identiques, c'est-à-dire tels que chacun soit inclus dans l'autre, conduit aux problèmes de « lieux géométriques ».

Les élèves paraissent trop jeunes pour qu'une étude approfondie des propriétés des opérations concernant les nombres réels soit profitable à l'ensemble de la classe; aussi le chapitre correspondant est-il surtout consacré à la pratique du calcul littéral; par contre, des lois de composition variées, portant non sur **R**, *mais sur* $\mathbf{R}^2$ *ou* $\mathbf{R}^4$ *par exemple, sont présentées.*

L'étude des vecteurs est d'une importance exceptionnelle, car elle intervient dans de nombreuses parties du cours et prépare la théorie des espaces vectoriels. Pour les élèves, l'intérêt de l'étude réside aussi dans l'utilisation de la notion de classe d'équivalence et dans la découverte des propriétés des lois qui organisent cet ensemble nouveau; il va de soi que la plupart des justifications données à ce propos ne sont pas destinées à être apprises.

La deuxième partie complète les connaissances de géométrie dans l'espace et la troisième concerne les équations et inéquations.

Les fonctions, fonctions numériques et transformations ponctuelles, sont étudiées dans la quatrième partie; certains problèmes communs à ces deux types de fonctions sont particulièrement mis en évidence.

Les auteurs seront reconnaissants à ceux de leurs collègues qui voudront bien leur faire part de leurs observations, ils les en remercient par avance.

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Classes de 2e

(Classique A', C, Moderne et M')

Arrêté du 18 Juillet 1960

ALGÈBRE ET NOTIONS D'ANALYSE

I. — Les nombres et le calcul algébrique.

Rappel et mise en ordre (comportant éventuellement quelques compléments) des éléments d'arithmétique et d'algèbre acquis dans les classes précédentes : nombres, opérations, comparaison ; propriétés fondamentales. Rapports et proportions. Exposants entiers positifs, nul, négatifs ; opérations sur les puissances entières. Racine carrée arithmétique.

Monômes, polynômes, fractions rationnelles d'une ou plusieurs variables : opérations. Identités usuelles relatives aux polynômes $(x+y)^2$, $(x-y)^2$, $(x+y)^3$, $(x-y)^3$, x^2-y^2, x^3+y^3, x^3-y^3.

Technique du calcul algébrique ; exercices raisonnés de transformation de polynômes, de fractions rationnelles et d'expressions irrationnelles simples.

Pratique du calcul numérique ; calcul de valeurs approchées par encadrement.

II. — Les fonctions.

1° Notion de fonction conçue comme correspondance ; exemples :

Fonction d'une variable ; notation $y = f(x)$. Notion d'accroissement. Fonction croissante, fonction décroissante, fonction constante sur un intervalle.

2° Transformation du binôme $ax + b$ conduisant à la forme $a(x - p)$.

Équation et inéquation du premier degré à une inconnue, à coefficients numériques ou littéraux.

Fonctions $y = ax$, $y = ax + b$, de la variable x ; existence, sens de variation ; étude lorsque x tend vers l'infini ; signe.

Système de deux équations du premier degré à deux inconnues, à coefficients numériques ou littéraux ; étude théorique de sa résolution ; définition du déterminant du système. Méthodes pratiques de résolution.

3° Transformation du polynôme $ax^2 + bx + c$ conduisant à la forme $a(x-h)^2 + k$, et, éventuellement, à la forme $a(x-p)(x-q)$.

Équation et inéquation du second degré à une inconnue, à coefficients numériques ou littéraux. Somme et produit des racines d'une équation (ou d'un polynôme) du second degré.

Fonctions $y = ax^2$, $y = ax^2 + bx + c$, de la variable x ; existence, sens de variation, maximum ou minimum ; étude lorsque x tend vers l'infini ; signe.

4° Fonctions $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{a}{x}$, de la variable x ; existence, sens de variation ; étude lorsque x tend vers zéro ou vers l'infini.

5° Étude de problèmes pouvant faire appel à l'ensemble des connaissances des élèves, dont la résolution conduit à des équations ou des inéquations du premier degré.

GÉOMÉTRIE

I. — Les premiers éléments. Compléments de géométrie plane.

1° Rappel et mise en ordre des premiers éléments figurant dans le programme de géométrie de la classe de Cinquième et dans les paragraphes II, III, IV du programme de géométrie plane de la classe de Quatrième. Le professeur s'attachera à construire un répertoire de définitions et de propriétés ; il pourra éventuellement donner une certaine ampleur au caractère déductif de telle ou telle partie de son exposé sans perdre de vue qu'il ne convient pas, à ce niveau, de s'attarder longuement sur ces notions qui ont déjà été présentées, et qui constituent un point de départ.

2° Ensemble des points équidistants de deux points donnés. Ensemble des points équidistants de deux droites données, sécantes ou parallèles. Médiatrices, hauteurs, bissectrices d'un triangle.

3° Cercle. Positions d'un point par rapport à un cercle. Cordes et arcs. Tangente en un point. Proportionnalité des angles au centre et des arcs interceptés.

Comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre interceptant le même arc. Ensemble des points d'où l'on voit un segment donné sous un angle saillant donné. Angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle ; propriété réciproque.

Positions relatives d'une droite et d'un cercle. Tangentes à un cercle parallèles à une droite donnée, ou passant par un point donné.

Comparaison des segments joignant un point aux différents points d'un cercle. Positions relatives de deux cercles.

Cercles passant par deux points, cercle circonscrit à un triangle. Cercles tangents à deux droites. Cercles tangents à trois droites.

II. — Géométrie dans l'espace.

1° Plan et droite. Leurs déterminations. Leurs positions relatives ; parallélisme de droites et de plans ; notions de direction de droite, de direction de plan.

2° Angles de deux droites ; orthogonalité.

Plans perpendiculaires à une droite, droites perpendiculaires à un plan.

Angles dièdres ; plans perpendiculaires.

Comparaison des segments joignant un point aux différents points d'un plan ; distance d'un point à un plan.

Définition d'un angle trièdre, d'un angle polyèdre.

3° Projection sur un plan parallèlement à une direction de droite ; projection d'un point, d'une droite, d'un segment ; projections de deux droites parallèles.

Projection orthogonale sur un plan.

Projection orthogonale d'un angle droit.

4° Plan médiateur d'un segment. Ensemble des points équidistants de deux points donnés, de trois points donnés.

Plans bissecteurs des dièdres formés par deux plans sécants. Ensemble des points équidistants des deux plans sécants ou parallèles.

Symétrie par rapport à une droite, par rapport à un point, par rapport à un plan. Définition. Symétriques d'une droite, d'un segment, d'un angle, d'un plan.

Définition d'un axe, d'un centre, d'un plan de symétrie, d'un ensemble géométrique ; exemples simples.

(Les produits de symétrie ne sont pas au programme.)

III. — Éléments orientés. Vecteurs.

1° *Éléments orientés sur une droite.* Segment orienté. Droite orientée ou axe. Mesure algébrique d'un segment orienté sur son support orienté. Formule de Chasles. Abscisse d'un point sur un axe ; changement d'origine. Segment défini par les abscisses des points qui le limitent : mesure algébrique (segment orienté) ; longueur, abscisse du milieu. Division harmonique de points alignés ; relations caractéristiques.

2° *Vecteurs.* — Équipollence. Addition ; associativité et commutativité. Vecteur nul ; vecteurs opposés. Soustraction.

Projection d'un vecteur : sur un plan, parallèlement à une direction de droite ; sur une droite parallèlement à une direction de droite (géométrie plane), ou parallèlement à une direction de plan. Projection orthogonale d'un vecteur. Projection d'une somme ou d'une différence de vecteurs (sur un plan, sur une droite).

Projection sur une droite orientée ; mesure algébrique de la projection d'un vecteur, d'une somme ou d'une différence de vecteurs.

3° Multiplication d'un vecteur par un nombre relatif ; rapport de deux vecteurs parallèles.

Théorème de Thalès en géométrie plane ; problème réciproque. Théorème de Thalès dans l'espace ; réciproque. Projection (sur une droite, sur un plan) du vecteur produit d'un vecteur par un nombre. Projection sur une droite orientée : mesure algébrique de la projection du vecteur produit d'un vecteur par un nombre.

4° *Translation ; homothétie.* — Définition. Transformés d'une droite, d'un plan, d'un segment, d'un angle, d'un cercle.

Double propriété de distributivité, par rapport à l'addition, de la multiplication d'un vecteur par un nombre.

Triangles homothétiques dans un plan ; application aux médianes d'un triangle.

Homothéties transformant l'un en l'autre deux cercles d'un plan ; tangentes communes à deux cercles d'un plan.

(Les produits de translations et d'homothéties ne sont pas au programme.)

IV. — Triangles semblables : Applications.

1° Triangles semblables. Cas de similitude. Relations métriques dans le triangle rectangle ; problèmes réciproques.

2° Définition des rapports trigonométriques d'un angle saillant (cosinus, sinus, tangente, cotangente) ; relations simples entre les rapports relatifs à un même angle, à deux angles supplémentaires, à deux angles aigus complémentaires. Cosinus de l'angle saillant de deux vecteurs ou de deux axes.

Relations trigonométriques dans un triangle rectangle. Valeurs numériques des rapports trigonométriques des angles de 30, 45, 60°.

Relation $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ dans un triangle quelconque.

Exercice de calcul comportant l'usage de tables de rapports trigonométriques.

V. — Coordonnées (Géométrie plane). Représentations graphiques.

1° Système de coordonnées cartésiennes dans le plan : axes obliques, axes rectangulaires ; choix des unités sur les axes. Système (ou repère) orthonormé. Composantes scalaires (coordonnées) d'un vecteur ; coordonnées d'un point.

Changement de coordonnées par translation des axes.

2° Représentation graphique de la fonction $y = ax + b$. Ordonnée à l'origine ; coefficient directeur (repère quelconque), pente (repère orthonormé).

3° Équation d'une droite relativement à un repère cartésien donné ; interprétation géométrique du signe d'un polynôme du premier degré à deux variables.

Détermination de l'équation d'une droite définie par deux points, ou par un point et sa direction. Intersection de deux droites définies par leurs équations. Applications aux équations et inéquations du premier degré à deux inconnues.

4° Représentation graphique des fonctions,

$$y = ax^2, \quad y = ax^2 + bx + c, \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{a}{x},$$

dans un système de coordonnées rectangulaires (pas nécessairement normé). Symétries des courbes représentatives de ces fonctions.

Extrait des Instructions du 19 Juillet 1960

Les notions « modernes ». Le vocabulaire et le symbolisme.

Le libellé du programme ne fait pas explicitement mention de certaines notions simples sur les *ensembles*, ni du vocabulaire actuellement admis pour les désigner : *réunion, intersection, ensembles complémentaires, inclusion, appartenance*... Il n'est nullement question d'en proscrire l'emploi ; les unes et les autres se rencontrent en fait très fréquemment, dans la plupart des théories ; il convient de les dégager peu à peu, de les faire reconnaître, puis de les définir, à partir de nombreux exemples où elles interviennent naturellement. Ainsi apparaîtra leur intérêt par les applications qu'on peut en faire, par la simplification ou la clarification qu'elles sont susceptibles d'apporter dans une recherche ou dans un exposé.

D'autres notions, telles que celles qui touchent aux structures d'ensembles : *groupes, anneaux, corps*, pourront aussi être introduites, à condition que le terrain ait été d'abord soigneusement préparé ; elles peuvent faciliter la présentation de certaines synthèses et permettre des comparaisons utiles pour l'avenir.